

UNIDAD 2:

● **DIVISIBILIDAD**

● **NÚMEROS ENTEROS**

6º Curso

MATEMÁTICAS



I. Divisibilidad

- Múltiplos de un n° / Mínimo común múltiplo
- Divisores de un n° / Máximo común divisor
- Números primos y compuestos
- Criterios de divisibilidad

II. Números enteros

- Números positivos y negativos
- Comparación de núms enteros
- Suma de números enteros

Múltiplos de un número

Arturo va a comprar huevos al supermercado. Los huevos se venden en envases de 6, ¿cuántos huevos puede comprar?



1 cartón:
 $6 \times 1 = 6$



2 cartones:
 $6 \times 2 = 12$



3 cartones:
 $6 \times 3 = 18$



4 cartones:
 $6 \times 4 = 24$

► Puede comprar 6, 12, 18, 24, 30,... huevos. Estos números son múltiplos de 6.

Para obtener los múltiplos de un número, los multiplicamos por los números naturales.

	x 0	x 1	x 2	x 3	x 4	x 5	x 6	x 7	x 8	x 9	x 10	x ...
múltiplos de 3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	...
múltiplos de 6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	...
múltiplos de 11	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	...

Los **múltiplos** de un número se obtienen al multiplicar ese número por los números naturales.

El 0 es múltiplo de cualquier número.



Mínimo común múltiplo

Teresa observa las estrellas con su telescopio cada 2 día, y Marcos, cada 3. Si hoy han coincidido, ¿cuándo volverán a encontrarse?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					



1 Calculamos los múltiplos de 2 y de 3:

	x 0	x 1	x 2	x 3	x 4	x 5	x 6	x 7	x 8	x 9	x 10	x ...
Teresa	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	...
Marcos	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	...

2 Buscamos los múltiplos comunes:

Teresa → **múltiplos de 2:** 0, 2, 4, **6**, 8, 10, **12**, 14, 16, **18**, 20,...

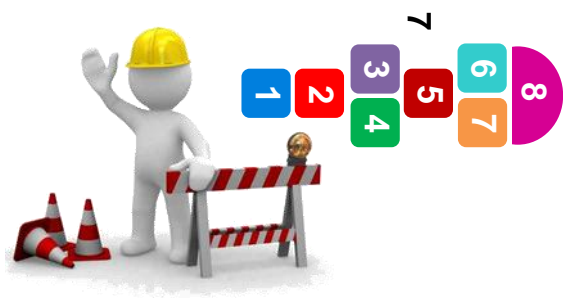
Marcos → **múltiplos de 3:** 0, 3, **6**, 9, **12**, 15, **18**, 21, 24, 27, 30,...

3 Elegimos el menor múltiplo común distinto de cero: 6.

El número 6 es el **mínimo común múltiplo** de 2 y 3. Se escribe: **m.c.m. (2,3) = 6**.

➤ Volverán a encontrarse dentro de 6 días.

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes distinto de cero.



Divisores de un número

Para realizar un trabajo de Lengua, el profesor quiere dividir la clase de 5º en grupos con el mismo número de alumnos. Si hay 24 alumnos en clase, puede hacer grupos de 4 alumnos? ¿y de 5?



Grupos de 4:	Grupos de 5:
$\begin{array}{r} 24 \overline{) 4} \\ \underline{0} \\ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5} \\ \underline{4} \\ 4 \end{array}$
Podemos hacer 6 grupos de 4 alumnos porque no sobra ninguno.	No podemos hacer grupos de 5 alumnos porque sobran 4 o falta 1.

➤ $24 : 4 = 6 \quad r = 0$

➤ $24 : 5 = 4 \quad r = 4$

- La división es **exacta**.
4 es **divisor** de 24.

- La división **no es exacta**.
5 no es divisor de 24.

Un número es **divisor** de otro si al hacer la división el resto es cero.
Para calcular los divisores de un número, lo dividimos entre los números naturales: 1, 2, 3,... menores o iguales que él y elegimos los que tengan resto cero.

■ Vamos a obtener los divisores del número 6.

Observa, primero, todas las formas de hacer tortillas iguales con seis huevos:



$6 : 1 = 6 \quad r = 0$ ➔ seis tortillas de un huevo ➔

$6 : 2 = 3 \quad r = 0$ ➔ tres tortillas de dos huevos ➔

$6 : 3 = 2 \quad r = 0$ ➔ dos tortillas de tres huevos ➔

$6 : 6 = 1 \quad r = 0$ ➔ una tortilla de seis huevos ➔

➤ Los números 1, 2, 3 y 6 son todos los divisores de 6. Si divides 6 entre cualquiera de ellos, la división es exacta.



Máximo común divisor

Marta tiene 8 canicas verdes y 12 rojas. Quiere guardarlas en grupos con el mismo número de canicas de cada color, lo más grandes posibles, sin que sobre ninguna. ¿Cuántas canicas puede guardar en cada paquete?



- 1 Hallamos los divisores de 8 y 12, para saber cómo puede agrupar las canicas de cada color:

canicas verdes → **divisores de 8:** 1, 2, 4, 8

canicas rojas → **divisores de 12:** 1, 2, 3, 4, 6, 12

- 2 Buscamos los divisores comunes:

divisores de 8: 1, 2, 4, 8

divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

- 3 Elegimos el mayor divisor común a los dos números: 4.

El número 4 es el **máximo común divisor** de 12 y 8. Se escribe: **m.c.d. (12,8) = 4**

➤ Puede guardar 4 canicas de cada color en cada paquete.

El **máximo común divisor (m.c.d.)** de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de esos números.



Números primos y compuestos

Raúl y Clara quieren hacer grupos con las macetas que tienen, con el mismo número, sin que sobre ninguna.

Si Raúl tiene 5 macetas, y Clara, 8; ¿cuántos grupos puede hacer cada uno?

Para averiguarlo, calculamos los divisores de 5 y de 8.

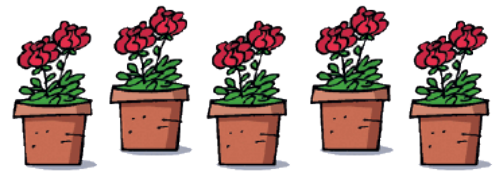
➤ Raúl con sus cinco macetas puede hacer grupos iguales de 1 en 1 o de 5 en 5 macetas. El número 5 sólo tiene dos divisores: el uno y el mismo.

➤ Clara, con ocho macetas, puede hacer grupos iguales de 1 en 1, de 2 en 2, de 4 en 4 o de 8 en 8 macetas. El número 8 tiene más de dos divisores: 1, 2, 4 y 8.

➤ El número 5 es un **número primo** porque solo es divisible entre el mismo y la unidad.

El número 8 es un **número compuesto** porque tiene varios divisores, y por tanto se puede descomponer como producto de 1 por él mismo (1×8) y de 2 por 4.

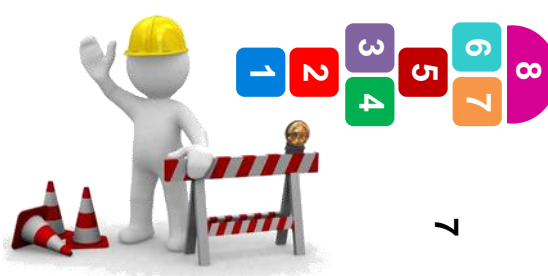
- Un **número primo** es aquel que tiene dos divisores, el 1 y él mismo.
- Un **número compuesto** es el que tiene más de dos divisores.



Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son unas reglas que nos permiten saber si un número es divisible entre otro de forma rápida y sencilla, sin necesidad de hacer la división.

Criterio de divisibilidad	Ejemplo
Un número es divisible entre 2 si termina en 0 o en cifra par.	396 es divisible entre 2, porque 6 es par.
Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	153 es divisible entre 3, porque $1 + 5 + 3 = 9$, y 9 es múltiplo de 3.
Un número es divisible entre 4 si sus dos últimas cifras son múltiplos de 4 o acaba en 00.	512 es divisible entre 4, porque 12 es múltiplo de 4.
Un número es divisible entre 5 si termina en 0 o en 5.	485 es divisible entre 5, porque termina en 5.
Un número es divisible entre 6 si es entre 2 y es divisible entre 3.	72 es divisible entre 6, porque es divisible entre 2, ya que es una cifra par, y es divisible entre 3, ya que sus cifras suman 9, y 9 es múltiplo de 3.
Un número es divisible entre 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	162 es divisible entre 9, porque $1 + 6 + 2 = 9$, y 9 es múltiplo de 9.
Un número es divisible entre 10 si termina en 0.	250 es divisible entre 10, porque acaba en 0.



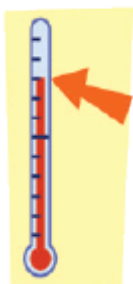
Números positivos y números negativos

Lucía observa el termómetro cuando va a la escuela y cuando vuelve del colegio. Por la mañana tiene el signo menos antes del número (-4°) y al vuelta tiene el signo más antes del número ($+7^{\circ}$).

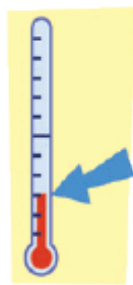


A veces, el uso solo del número no es suficiente para expresar algunas situaciones de la vida diaria, y necesitamos añadir un signo al número. Eso ocurre en casos como:

- Temperaturas por encima o por debajo de cero
- Alturas por encima del nivel mar o por debajo
- Plantas de un edificio por encima o por debajo del nivel del suelo



Marca tres sobre cero ($+3$)

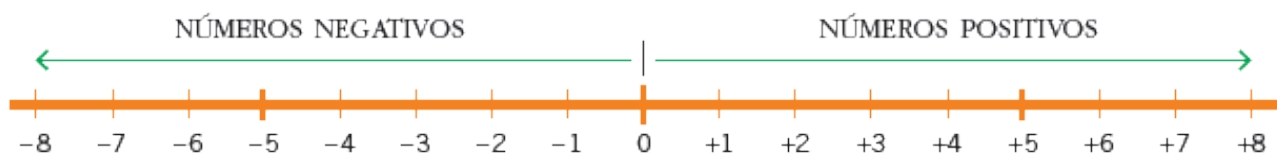


Marca tres bajo cero (-3)



- Los **números enteros** son: ..., -3 , -2 , -1 , 0 , $+1$, $+2$, $+3$,...
- Los números naturales que llevan delante el signo más (+) son **números positivos** y expresan cantidades mayores que cero.
- Los números naturales que llevan delante el signo menos ($-$) son **números negativos** y expresan cantidades menores que cero.
- Cuando un número no lleva signo, se entiende que es positivo.

Los **números enteros** se pueden **representar en una recta numérica**. A la izquierda del 0, se encuentran los números negativos y, a la derecha, los números enteros positivos.



Dos números que están a la misma distancia del 0 y tienen signo contrario, se llaman **opuestos**. El opuesto de -4 es $+4$.

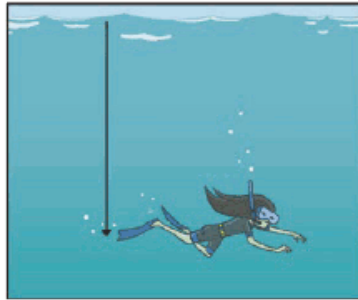


Comparación de números enteros

Celia ha pasado sus vacaciones en la playa; ha practicado varios deportes a diferente altura.



viernes: 0 m



sábado: -4



domingo: +2

Para comparar los números 0, -4 y +2 los representamos en la recta.

Observa que podemos colocar la recta numérica en vertical.

- 1 Un número positivo siempre es mayor que cualquier número negativo. Igual que cualquier número situado encima siempre es mayor que uno situado debajo.

$$+2 > -4$$

- 2 Cualquier número entero es mayor que uno que esté situado a su izquierda en la recta numérica, y menor que otros que esté situado a su derecha



$$+2 > 0 > -4$$



Cualquier número es mayor que los que están situados a su izquierda (o debajo) en la recta numérica y menor que los que están situados a su derecha (o encima).

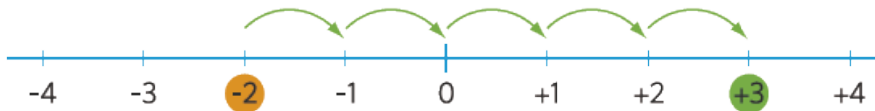


Suma de números enteros

A. Sumar un número entero positivo

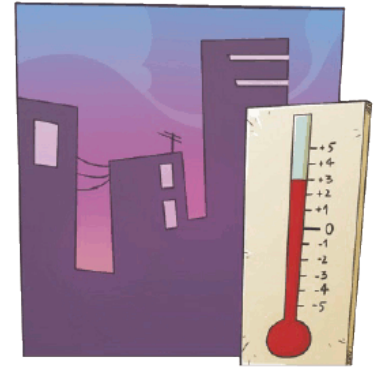
El termómetro de la calle marcaba -2° C. Si la temperatura ha subido $+5^{\circ}$ C, cuántos grados marca ahora?

Para averiguarlo, sumamos (-2) y $(+5)$; nos desplazamos cinco pasos hacia la derecha.



$$(-2) + (+5) = +3$$

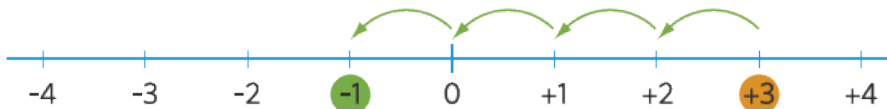
➤ El termómetro marcaba $+3^{\circ}$ C.



B. Sumar un número entero negativo

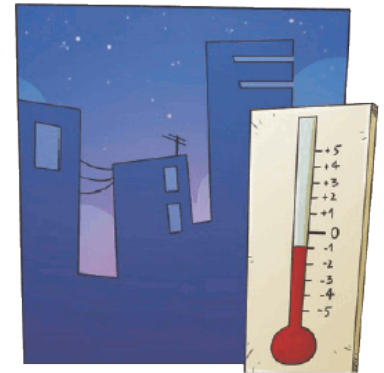
Si el termómetro marcaba $+3^{\circ}$ C y la temperatura ha bajado 4° C, ¿cuál es la temperatura final?

Para averiguarlo, sumamos $(+3)$ y (-4) .



$$(+3) + (-4) = -1$$

➤ La temperatura final es -1° C.



- Para sumar a un número un entero positivo, movemos el número a la derecha en la recta numérica.
- Para sumar a un número un entero negativo, movemos el número a la izquierda en la recta numérica.

