

LAS FRACCIONES

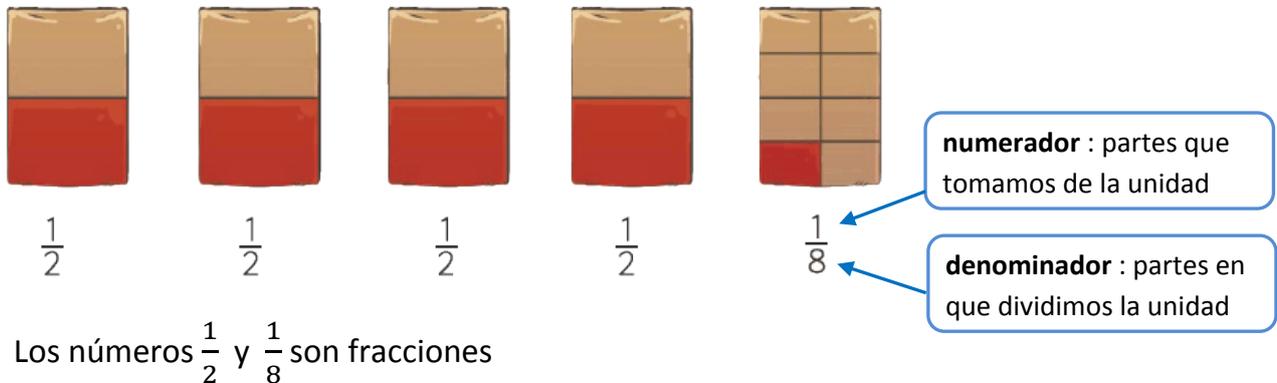
6º Curso

MATEMÁTICAS

- Las fracciones. Sus tipos.
- Fracción de una cantidad.
- Valor de una fracción. Los números mixtos.
- Fracciones equivalentes
- Comparación y ordenación de fracciones.
- Reducción de fracciones a común denominador.
- Suma y resta de fracciones.
- Multiplicación de fracciones.
- División de fracciones.

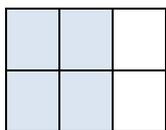
Las fracciones

Arturo hace un dibujo para explicar cómo puede repartir con sus amigos una caja de bombones.



Una **fracción** representa las partes que tomamos de la unidad, dividida en partes iguales. El **denominador** indica las partes en que dividimos la unidad y el **numerador** indica las partes que tomamos.

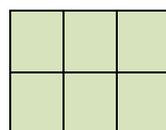
Fracciones propias



$$\frac{4}{6} < 1$$

El numerador es menor que el denominador. La fracción es **menor que uno**.

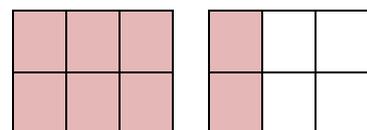
Fracciones unitarias



$$\frac{6}{6} = 1$$

El numerador es igual que el denominador. La fracción es **igual a uno**.

Fracciones impropias



$$\frac{8}{6} > 1$$

El numerador es mayor que el denominador. La fracción es **mayor que la uno**.



Fracción de una cantidad

Una encuesta realizada a los 30 alumnos de una clase de 6º de Primaria muestra que $\frac{4}{6}$ de ellos siguen una dieta equilibrada. ¿Cuántos alumnos tienen una buena alimentación?



► Para averiguarlo, calculamos $\frac{4}{6}$ de 30.

1 Dividimos el total de alumnos, 30, entre el denominador de $\frac{4}{6}$, que es 6.

$$30 : 6 = 5 \quad \text{de } 30 = 5$$



Cada sexto son 5 alumnos

2 Multiplicamos el resultado por el numerador de $\frac{4}{6}$, que es 4.

$$5 \times 4 = 20 \quad \frac{4}{6} \text{ de } 30 = 20$$



Cuatro sextos son 20 alumnos

Por tanto, la fracción indica que si dividimos el número total de alumnos en 6 partes iguales, 4 de esas partes son los alumnos que siguen una dieta equilibrada.

$$\frac{4}{6} \text{ de } 30 = (30 : 6) \times 4 = 20. \text{ Tienen buena alimentación } 20 \text{ alumnos de la clase.}$$

Para calcular la fracción de una cantidad:

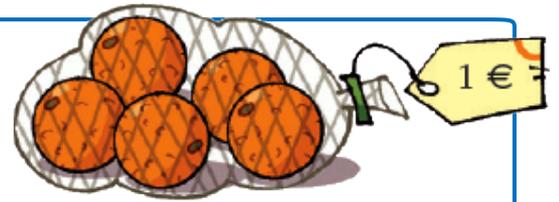
1º. Se divide la cantidad entre el denominador de la fracción.

2º. Se multiplica el resultado obtenido por el numerador de la fracción.



Valor de una fracción

Paco compra una bolsa con cinco naranjas que cuesta 1 €. ¿Cuánto cuesta cada naranja?



Una naranja cuesta $\frac{1}{5}$ de euro $\rightarrow \frac{1}{5} \text{ €} = 1 : 5 = 0,20 \text{ €}$

Tres naranjas cuestan $\frac{3}{5}$ de euro $\rightarrow \frac{3}{5} \text{ €} = 3 : 5 = 0,60 \text{ €}$

El valor de una fracción se calcula **dividiendo el numerador entre el denominador**.

El valor de $\frac{3}{4}$ es 0,75 porque $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$.

Lucas ha recogido 19 huevos de su granja de gallinas, ¿cuántas hueveras de 12 huevos puede completar?



$$\frac{12}{12} = 1 \text{ huevera}$$

$$\frac{7}{12} \text{ de huevera}$$

$$\begin{array}{l} \frac{19}{12} \rightarrow \text{numerador} \rightarrow \text{dividendo} = 19 \\ \frac{19}{12} \rightarrow \text{denominador} \rightarrow \text{divisor} = 12 \end{array} \rightarrow 19 : 12 = 1 \text{ resto } 7$$

► Lucas completa 1 huevera y $\frac{7}{12}$ de otra, es decir $1 + \frac{7}{12}$

Las fracciones impropias se pueden escribir como suma de un número natural más una fracción.

$$\frac{19}{12} = \frac{12}{12} + \frac{7}{12} = 1 + \frac{7}{12}$$

$$\frac{19}{12} = 1 + \frac{7}{12} = 1 \frac{7}{12}$$

Toda fracción impropia se puede escribir como **número mixto**, es decir con un número y una fracción $1 \frac{7}{12}$

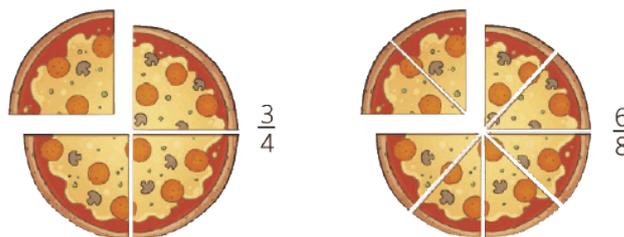


Fracciones equivalentes

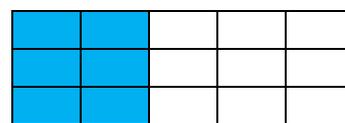
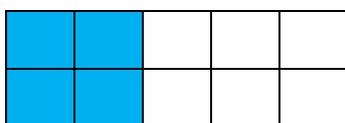
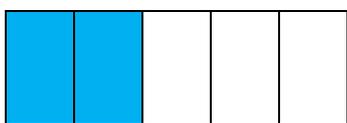
Cuatro amigos han encargado una pizza, piensan cortarla en cuatro partes iguales y comerse una parte cada uno. Cuando la abren ven que está cortada en 8 trozos iguales. ¿Podrán repartirla como habían pensado?

Para averiguarlo, vemos cómo pueden repartir la pizza para obtener la misma cantidad:

Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ representan la misma fracción de pizza. **Son fracciones equivalentes.**



En el caso de las fracciones $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{15}$, observa que representan la misma parte de la unidad.



Además si calculamos su valor, verás que todas valen lo mismo. Por tanto son equivalentes.

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$$

$$\frac{4}{10} = 4 : 10 = 0,4$$

$$\frac{6}{15} = 6 : 15 = 0,4$$

Dos fracciones son equivalentes cuando **tienen el mismo valor.**

Cuando dos fracciones son equivalentes, al multiplicar en cruz sus términos, los productos son iguales.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad 3 \times 8 = 24 \quad 6 \times 4 = 24$$

Podemos calcular fracciones equivalentes de dos formas:



La fracción $\frac{3}{4}$ es irreducible porque no se puede dividir numerador y denominador por un mismo número sin que el resto sea cero.

Al multiplicar numerador y denominador por el mismo número obtenemos una **fracción amplificada**. Si los dividimos por el mismo número obtenemos la **fracción simplificada**. La **fracción irreducible** es la que no se puede simplificar más.



Comparar fracciones

• Fracciones con el mismo denominador

Laura se ha comido $\frac{2}{8}$ de una pizza, mientras que Carmen se ha comido $\frac{3}{8}$ de otra.

¿Quién ha comido más cantidad de pizza?

De 8 trozos que tenía cada pizza, Laura se ha

comido 2 y Carmen se ha comido 3. Por tanto, Carmen se ha comido más. $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$



Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.

• Fracciones con el distinto denominador

Marta se ha comido $\frac{2}{6}$ de una pizza, mientras que Lucía se ha comido $\frac{4}{8}$ de otra.

¿Quién ha comido más cantidad de pizza?

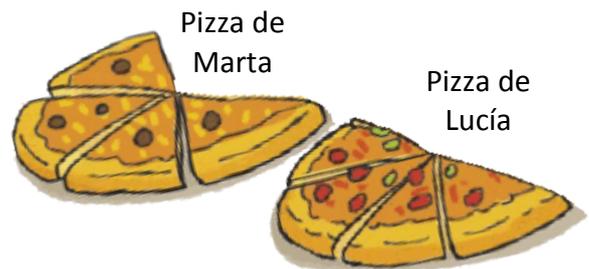
► Para averiguarlo, se puede hacer de **dos maneras**.

1 Hallar el valor de cada fracción, dividiendo el numerador entre el denominador.

$$\bullet \frac{2}{6} = 2 : 6 = 0,33 \quad \bullet \frac{4}{8} = 4 : 8 = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{6} < \frac{4}{8}$$

2 Buscar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

$$\bullet \frac{2}{6} > \frac{8}{24} \quad \bullet \frac{4}{8} > \frac{12}{24} \quad \Rightarrow \quad \frac{8}{24} < \frac{12}{24} \quad \text{Por tanto } \frac{2}{6} < \frac{4}{8}$$



Reducción de fracciones a común denominador

Según la receta de la tarta de manzana, se pueden poner $\frac{3}{4}$ o $\frac{5}{6}$ de azúcar, para que la tarta sea más o menos dulce. Sergio quiere hacer la tarta menos dulce. ¿Es correcta su decisión?

Para comparar estas dos fracciones deben tener igual denominador. Por tanto hay que buscar fracciones equivalentes con igual denominador.



1 Buscamos el mínimo común múltiplo de 4 y 6 de una de las dos formas que conocemos.

a Múltiplos de 4 → 4 - 8 - **12** - 16 - ...

Múltiplos de 6 → 6 - **12** - 18 - 24 - ...

b $4 = 2^2$ $6 = 2 \times 3$

m.c.m = $2^2 \times 3 = 12$

RECUERDA: el m.c.m. en la descomposición factorial es el producto de todos los factores elevados al mayor exponente.

2 Calculamos fracciones equivalentes a $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ con denominador 12.

$$\frac{3}{4} \xrightarrow[\times 3]{\times 3} \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} \xrightarrow[\times 2]{\times 2} \frac{10}{12}$$

Ahora ya podemos compararlas, como $9 < 10$, entonces $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$. Por tanto, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

• La decisión de Sergio ha sido errónea.

➤ Una forma más rápida de buscar el denominador común es **obtener el mínimo común múltiplo**: m.c.m. (4,6) = 12.

Una forma de comparar fracciones con distinto numerador y denominador es **reducirlas a común denominador**. Es decir sustituirlas por otras equivalentes con el mismo denominador.

Para ello buscamos el mínimo común múltiplo común y escribimos las fracciones equivalentes que tengan por denominador ese m.c.m. Con este sistema también podremos sumar y restar fracciones

Otra forma de comparar fracciones con distinto numerador y denominador es hallar el valor de cada fracción, dividiendo el numerador entre el denominador.



Suma y resta de fracciones

¿Qué fracción de fresas ha vendido Marisa?, ¿Qué fracción le queda por vender?

Para sumar $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$, reducimos común denominador y sumamos los numeradores.



- 1 Calculamos el mínimo común múltiplo de 2 y 4.

Mínimo común múltiplo: m.c.m. (4,2) = 4

- 2 Después escribimos las fracciones equivalentes con denominador 4.

$$\frac{3}{4} \xrightarrow[\times 1]{\times 1} \frac{3}{4} \qquad \frac{1}{2} \xrightarrow[\times 2]{\times 2} \frac{2}{4}$$

- 3 Finalmente sumamos los numeradores:

$$\text{m.c.m. (4, 2) = 4} \rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4} \quad \blacktriangleright \text{ Marisa ha vendido } \frac{5}{4} \text{ de fresas}$$

Para restar $\frac{7}{3} - \frac{5}{4}$, reducimos a común denominador y restamos los numeradores.

$$\text{m.c.m. (3,4) = 12} \rightarrow \frac{7}{3} - \frac{5}{4} = \frac{28}{12} - \frac{15}{12} = \frac{28-15}{12} = \frac{13}{12}$$

- Quedan por vender $\frac{13}{12}$ de kilo de fresas

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador:

1. Se reducen a común denominador.
2. Se suman o se restan los numeradores, dejando el denominador común.

Para sumar o restar un número natural y una fracción, convertimos el número en una fracción con denominador uno, luego reducimos a común denominador y sumamos o restamos los numeradores.

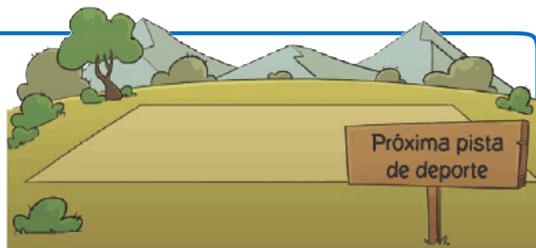
En la suma $3 + \frac{2}{5}$, el 3 pasa a ser $\frac{3}{1}$; de forma que la operación sería $3 + \frac{2}{5}$ es igual que $\frac{3}{1} + \frac{2}{5}$

$$\text{m.c.m. (1,5) = 5} \quad \boxed{3 + \frac{2}{5}} = \boxed{\frac{3}{1} + \frac{2}{5}} = \boxed{\frac{15}{5} + \frac{2}{5}} = \boxed{\frac{15+2}{5}} = \boxed{\frac{17}{5}}$$

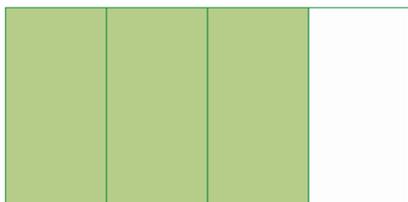


Multiplicar fracciones

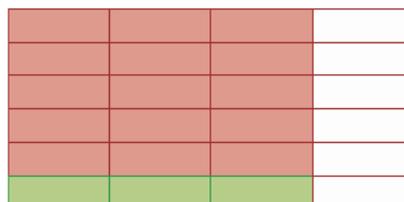
Según las normas del ayuntamiento, la pista de deporte debe ocupar $\frac{3}{4}$ partes del largo de la parcela y $\frac{5}{6}$ partes del ancho. ¿Qué fracción de la parcela ocupa la pista de deporte en total?



Dividimos la parcela en 4 partes iguales y coloreamos 3.



Después, dividimos el ancho en 6 partes iguales y coloreamos 5.



La parcela ha quedado dividida en 24 partes iguales, y la pista de deporte ocupa 15.

► La fracción que ocupa la pista de deporte es $\frac{15}{24}$.

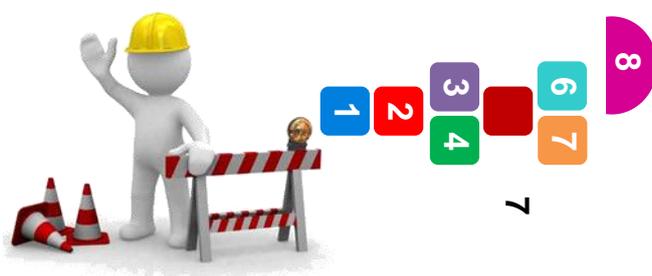
Este resultado se puede hallar multiplicando las fracciones así: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{15}{24}$

Jaime lleva cuatro bolsas que cada una pesa $\frac{3}{5}$ de kg. ¿Qué peso lleva Jaime?

En este caso, se multiplica así: $4 \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$

Para **multiplicar dos fracciones** se multiplica el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

Para **multiplicar un número natural por una fracción**, se multiplica el número por el numerador y se deja el mismo denominador.



Dividir fracciones

Si en cada vaso cabe la octava parte de un litro, ¿cuántos vasos puede llenar Mateo con zumo de naranja.

Para repartir el zumo entre los vasos, a partes iguales, dividimos $\frac{3}{4}$ entre $\frac{1}{8}$:

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3 \times 8}{4 \times 1} = \frac{24}{4} = 6 \quad \rightarrow \text{Puede llenar 6 vasos de zumo}$$

Para **dividir fracciones se multiplican** sus términos **en cruz**. Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, y el denominador de la primera por el numerador de la segunda

